ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени И.С. Тургенева

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ И.С. ТУРГЕНЕВА»
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ Н.Н. ПОЛИКАРПОВА

Кафедра машиностроения

С.Н. Злобин

ДИАГНОСТИКА И НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Методические указания
по выполнению лабораторных работ

Дисциплина – «Диагностика и надежность технологических систем»
Специальность – 15.05.01 «Проектирование технологических машин и комплексов»

Орёл
ОГУ имени И.С. Тургенева
2020

Автор: канд. техн. наук,
доц. каф. машиностроения С.Н. Злобин

Рецензент: канд. техн. наук,
доц. каф. машиностроения М.Ф. Селеменев

Методические указания содержат рекомендации и указания по подготовке и выполнению лабораторных работ, краткие теоретические сведения, задания, порядок выполнения работы, рассмотренный на конкретном примере, контрольные вопросы.

Предназначены студентам, обучающимся по специальности 15.05.01 «Проектирование технологических машин и комплексов», изучающим дисциплину «Диагностика и надежность технологических систем».

Редактор И.Ю. Куликов
Технический редактор Т.Н. Шаблинская

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева»

Подписано к печати 11.09.2020 г. Формат 60×90 1/16.
Усл. печ. л. 2,3. Тираж 10 экз.
Заказ №___

Отпечатано с готового оригинал-макета
на полиграфической базе ОГУ имени И.С. Тургенева
302026, г. Орел, ул. Комсомольская, 95.

© ОГУ имени И.С. Тургенева, 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....4
Лабораторная работа № 1 Расчет показателей надежности невосстанавливаемых систем….……..5
Лабораторная работа № 2 Расчет показателей надежности сложных систем методом разложения относительно особого элемента...…….13
Лабораторная работа № 3 Расчет показателей надежности сложных систем с резервированием……..……..…….…...19
Лабораторная работа № 4 Расчет показателей надежности невосстанавливаемых систем с избыточной структурой……...…...29
Список литературы…….…….....37

ВВЕДЕНИЕ

Лабораторные работы проводятся с целью применения теоретических основ теории надежности и диагностирования для формирования практических навыков обеспечения надежной работы технологических систем.

Задачи, решаемые на лабораторных работах:

- закрепить знания, полученные на лекционных занятиях;
- выработать навыки определения качественных и количественных показателей оценки надежности;
- сформировать мотивацию к самостоятельной познавательной деятельности путем изучения отдельных разделов дисциплины, логически связанных с тематикой лекций.

В результате выполнения лабораторных работ, в соответствии с задачами профессиональной деятельности и целями основной образовательной программы, обучающийся должен подтвердить сформированные профессиональные и профессионально-специализированные компетенции:

профессиональные компетенции:

- способность проверять качество монтажа и наладки при испытаниях и сдаче в эксплуатацию новых образцов изделий, узлов и деталей выпускаемой продукции (ПК-4);

профессионально-специализированные компетенции:

- способность демонстрировать знания принципов и особенностей создания машин и технологических комплексов в машиностроении и их основных технических характеристик (ПСК 23.1).

Лабораторные работы выполняются после самостоятельной подготовки, в ходе которой обучающиеся знакомятся с основными теоретическими положениями по теме предстоящей работы, изучая данные методические указания и рекомендуемую литературу.

Отчет о проделанной работе оформляется в отдельной тетради. Графики выполняются с помощью средств Microsoft Office. В отчете должны содержаться: название и цель работы, основные положения и формулы, структурные схемы, выводы по работе.

Лабораторная работа №1
РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Цели работы

Целями работы являются: 1) изучение методов расчета функции надежности сложной системы с учетом разнообразных связей ее элементов; 2) получение навыков декомпозиции произвольных структур анализируемых систем и алгоритмизации задач расчета их надежности; 3) разработка программного обеспечения расчета надежности сложных систем с независимыми элементами, работающими до первого отказа.

1.1 Основные положения

Основной задачей теории надежности является определение надежности системы по надежности составляющих ее элементов.

При расчете строится структурная схема надежности рассматриваемой системы, которая относится к одному из трех основных видов:

1) последовательное соединение элементов;
2) параллельное соединение элементов;
3) комбинированное (смешанное) соединение элементов.

Имеются структурные схемы надежности системы с последовательным соединением элементов (рис. 1.1), когда отказ одного элемента вызывает отказ другого элемента, а затем третьего и т.д. Такую структурную схему называют *схемой с последовательным соединением зависимых элементов.* В этом случае надежность системы определяют по теореме умножения для зависимых событий.

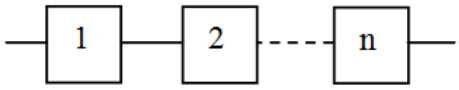


Рисунок 1.1 – Структурная схема надежности системы с последовательным соединением элементов

Большинство приводов машин и механизмы передач подчиняются этому условию. Так, если в приводе машины выйдет из строя любая шестерня, подшипник, муфта, рычаг управления, электродвигатель, насос смазки, то весь привод перестанет функционировать. При этом отдельные элементы в этом приводе не обязательно должны быть соединены последовательно.

В системе с последовательным соединением для безотказной работы в течение некоторой наработки необходимо и достаточно, чтобы каждый из ее n элементов работал безотказно в течение этой наработки. Считая отказы элементов независимыми, вероятность одновременной безотказной работы n элементов определяется по теореме умножения вероятностей: вероятность совместного появления независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(t) = p_1(t)p_2(t)\ldots p_n(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) = \prod_{i=1}^{n}(1 - q_i(t))$$

(далее аргумент t в скобках, показывающий зависимость показателей надежности от времени, опускаем для сокращения записей формул). Соответственно, вероятность отказа такой технической системы

$$Q = 1 - P = 1 - \prod_{i=1}^{n} p_i = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - q_i)$$

Системой с *параллельным соединением элементов* называется система, отказ которой происходит только в случае отказа всех ее элементов (рис. 1.2).

Такие схемы надежности характерны для ТС, в которых элементы дублируются или резервируются, т.е. параллельное соединение используется как метод повышения надежности. Однако такие системы встречаются и самостоятельно (например, системы двигателей четырехмоторного самолета или параллельное включение диодов в мощных выпрямителях).

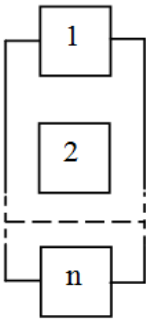


Рисунок 1.2 – Структурная схема надежности системы с параллельным соединением элементов

Для отказа системы с параллельным соединением элементов в течение наработки необходимо и достаточно, чтобы все ее элементы отказали в течение этой наработки. Так что отказ системы заключается в совместном отказе всех элементов, вероятность чего (при допущении независимости отказов) может быть найдена по теореме умножения вероятностей как произведение вероятностей отказа элементов:

$$Q = q_1 q_2 \ldots q_n = \prod_{i=1}^{n} q_i = \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i).$$

Соответственно, вероятность безотказной работы

$$P = 1 - Q = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i).$$

Большинство реальных ТС имеет сложную комбинированную структуру, часть элементов которой образует последовательное соединение, другая часть – параллельное, отдельные ветви элементы или ветви структуры образуют мостиковые схемы или типа «*m* из *n*».

Метод прямого перебора для таких систем оказывается, практически не реализуем. Более целесообразно в этих случаях предварительно произвести декомпозицию системы, разбив ее на простые подсистемы – группы элементов, методика расчета надежности которых известна. Затем эти подсистемы в структурной схеме надежности заменяются квазиэлементами с вероятностями безотказной работы, равными вычисленным вероятностям безотказной работы этих подсистем. При необходимости такую процедуру можно выполнить несколько раз, до тех пор, пока оставшиеся квазиэлементы не образуют структуру, методика расчета надежности которой также известна.

В период нормальной эксплуатации устройств (исключающей время приработки и старения) интенсивность отказов является постоянной величиной. В этом случае вероятность безотказной работы *P(t)* определяется по формуле:

$$P(t) = e^{-\lambda t}.$$

Вероятность отказа $Q(t)$ − величина, противоположная вероятности безотказной работы, поэтому

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Среднее время безотказной работы (средняя наработка на отказ), ч

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda}.$$

Плотность вероятности отказа $f_c(t)$, $ч^{-1}$

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda \cdot e^{-\lambda t}.$$

Когда происходит отказ, и объект теряет свою работоспособность, возможны две ситуации. Первая − объект не ремонтируют и больше не используют по назначению. Такой объект называется *не-*

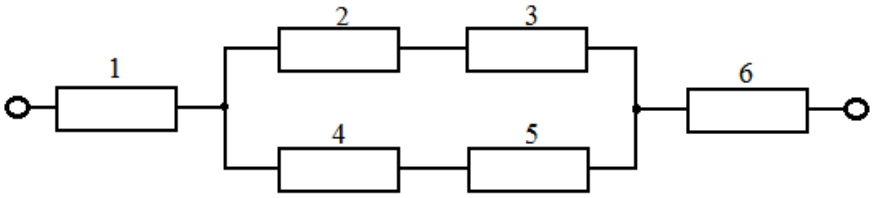
восстанавливаемым. Он работает только до первого отказа. Данная стратегия использования объекта применяется, если восстановление его технически невозможно или экономически невыгодно.

1.2 Порядок выполнения работы

Порядок выполнения работы рассмотрим на конкретном примере.

Исходные данные: вариант № 16

1. Структурная схема системы:



2. Интенсивность отказов элементов системы за время *t*.

Интенсивность отказа *i*-го элемента определяется по формуле:

$$\lambda_i(t) = \left(0{,}1 \cdot i + \frac{N}{100}\right) \cdot 10^{-3}, \left[ч^{-1}\right],$$

где *i* – порядковый номер элемента.

3. Время работы системы $t = 100 + 5N$, где N – порядковый номер студента.

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время *t*.

2. Плотность вероятности отказа системы $f_c(t)$ в момент времени *t*.

3. Вероятность появления отказа $Q_c(t)$ за заданное время *t*.

Решение:

Определим время работы системы *t*, (ч) по формуле:

$$t = 100 + 5 \cdot 16 = 180 \text{ (ч)}.$$

Интенсивность отказа, например, для *3* элемента:

$$\lambda_3(t) = \left(0{,}1 \cdot 3 + \frac{16}{100}\right) \cdot 10^{-3} = 0{,}46 \cdot 10^{-3} \ (ч^{-1}).$$

Аналогично определяем интенсивность отказов для остальных элементов. Полученные данные заносим в таблицу 1.1.

Таблица 1.1

№ элемента	1	2	3	4	5	6
$\lambda \cdot 10^{-3}$, $ч^{-1}$	0,26	0,36	0,46	0,56	0,6	0,76

На начальном этапе расчетов примем $P(t) = P$.

Так как элементы P_2 и P_3 соединены последовательно, то обобщенное выражение вероятности их безотказной работы имеет вид:

$$P_{23} = P_2 \cdot P_3 . \qquad (1.1)$$

Элементы P_4 и P_5 также соединены последовательно, а значит, обобщенное выражение вероятности их безотказной работы имеет вид:

$$P_{45} = P_4 \cdot P_5 . \qquad (1.2)$$

Обобщенное выражение вероятности безотказной работы для элементов $P_2 - P_5$ принимает вид:

$$P_{O_1} = 1 - (1 - P_{23}) \cdot (1 - P_{45}) = P_{45} + P_{23} - P_{23} \cdot P_{45} . \qquad (1.3)$$

С учетом (1.1) и (1.2) выражение (1.3) принимает вид:

$$P_{O_1} = P_2 \cdot P_3 + P_4 \cdot P_5 - P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 \cdot P_5 .$$

В результате преобразований получим следующую обобщенную структурную схему системы (рис. 1.3):

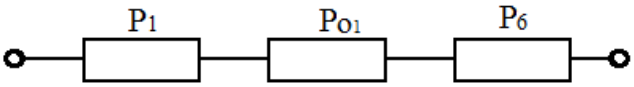


Рисунок 1.3 – Обобщенная структурная схема системы

В результате вероятность безотказной работы системы $P_c = P_c(t)$ будет:

$$P_c = P_1 \cdot P_{O_1} \cdot P_6 = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_6 + P_1 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6 - P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6 \qquad (1.4)$$

Так как $P = P(t) = e^{-\lambda t}$, то $P_c(t)$ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} P_c(t) = {} & e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_3 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_6 \cdot t} + e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_4 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_5 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_6 \cdot t} - \\ & - e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_3 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_4 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_5 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_6 \cdot t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_6) \cdot t} + \\ & + e^{-(\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \cdot t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \cdot t} \end{aligned} \qquad (1.5)$$

Выражение плотности вероятности отказа $f_c(t)$, с учетом что

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} , \qquad (1.6)$$

имеет следующий вид

$$f_c(t) = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_6) \cdot e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_6)\cdot t} + (\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \cdot e^{-(\lambda_1+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)\cdot t} -$$
$$-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \cdot e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)\cdot t}. \qquad (1.7)$$

Выражение определения вероятности появления отказа $Q_c(t)$ имеет следующий вид

$$Q_c(t) = 1 - P_c(t). \qquad (1.8)$$

Подставив исходные данные в выражения (1.5), (1.7) и (1.8), получим:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время *t:*

$P_c(t) =$

2. Плотность вероятности отказа системы $f_c(t)$ в момент времени *t*:

$f_c(t) =$

3. Вероятность появления отказа $Q_c(t)$ за заданное время *t*:

$Q_c(t) =$

1.3 Варианты заданий

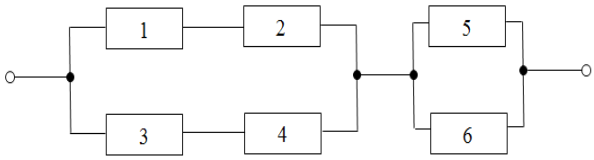


Рис. 1

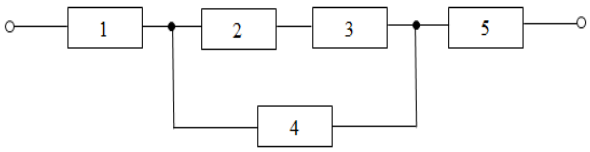


Рис. 2

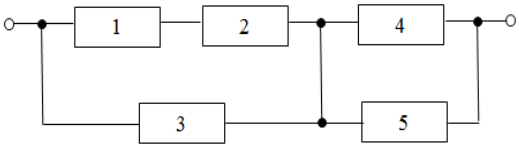


Рис. 3

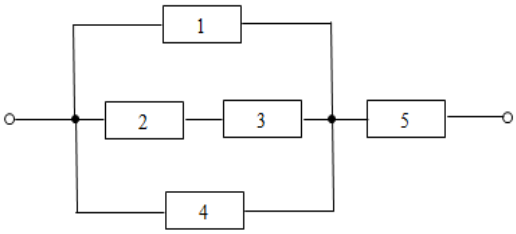


Рис. 4

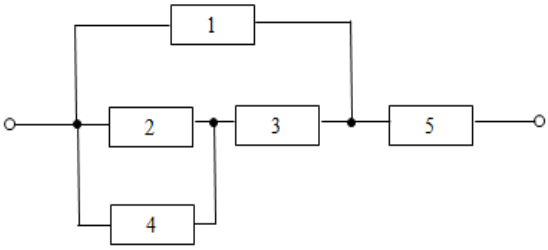


Рис. 5

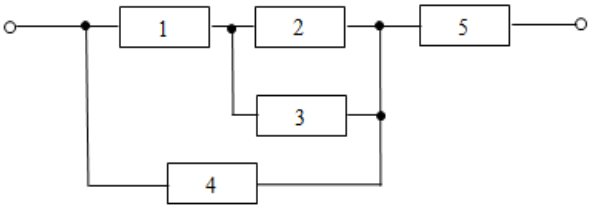


Рис. 6

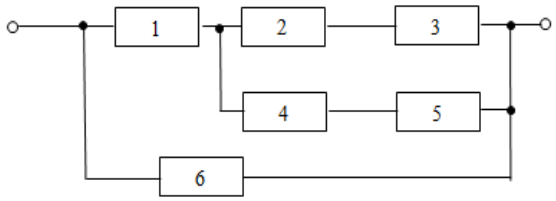


Рис. 7

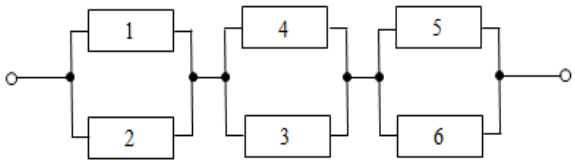


Рис. 8

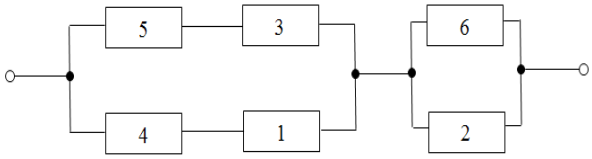


Рис. 9

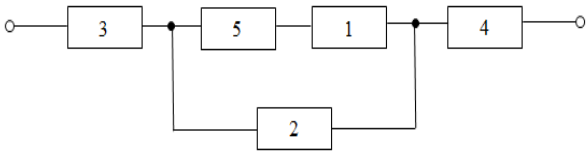


Рис. 10

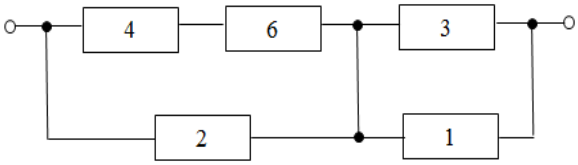


Рис. 11

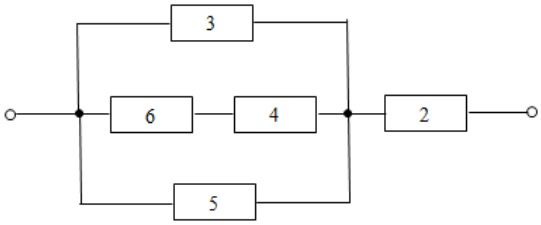


Рис. 12

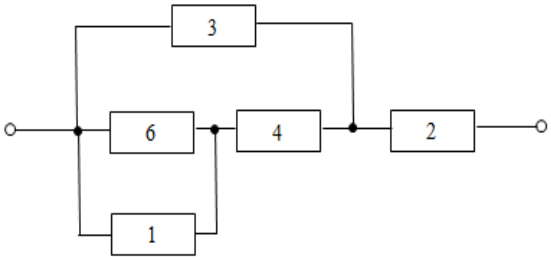


Рис. 13

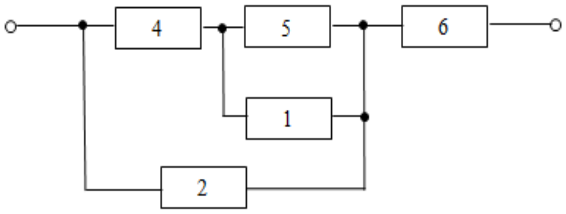


Рис. 14

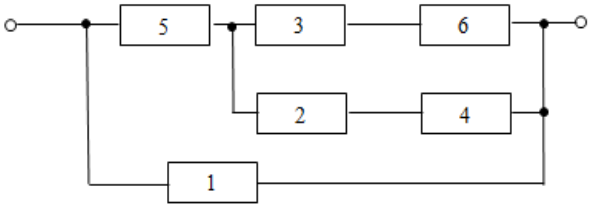


Рис. 15

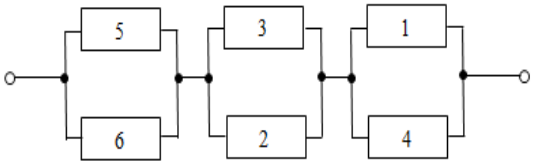


Рис. 16

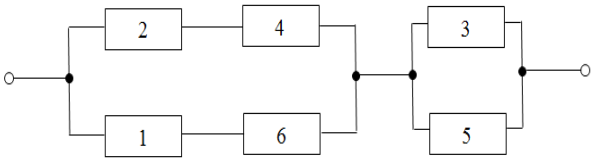


Рис. 17

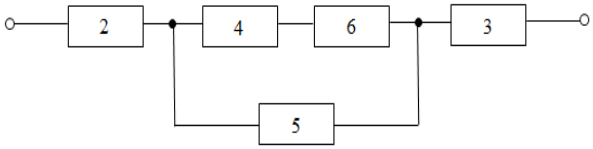


Рис. 18

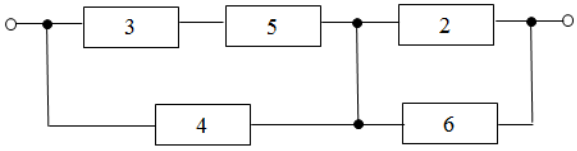


Рис. 19

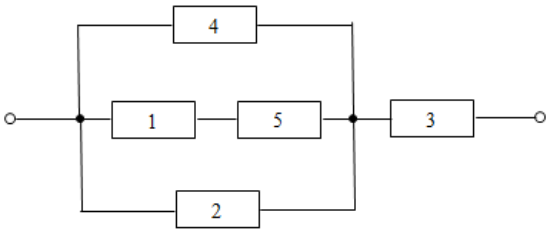


Рис. 20

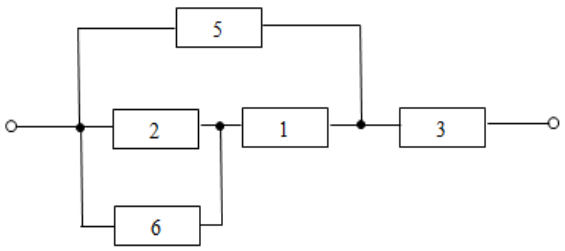


Рис. 21

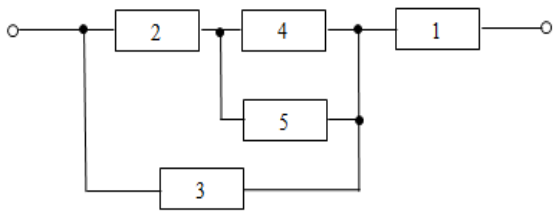


Рис. 22

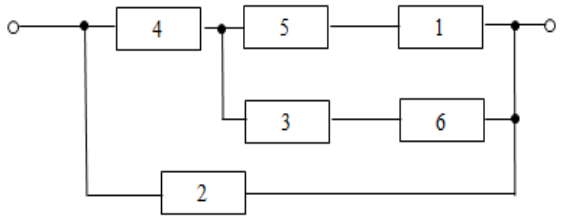


Рис. 23

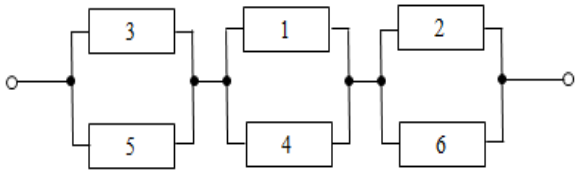


Рис. 24

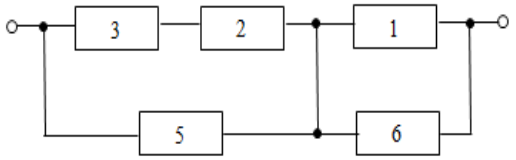


Рис. 25

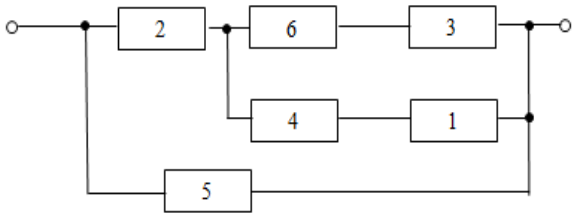


Рис. 26

1.4 Составление отчета по работе

В отчете представить краткие теоретические сведения, исходные данные для расчета показателей надежности в соответствии с заданным вариантом, необходимые расчетные зависимости и полученные графики.

В выводах по работе сравнить результаты расчета надежности систем и дать количественно-обоснованное заключение.

1.5 Контрольные вопросы

1. Какую структурную схему называют схемой с последовательным соединением зависимых элементов?
2. Какую структурную схему называют схемой с параллельным соединением элементов?
3. Как влияет надежность элементов на надежность сложной системы при последовательном и параллельном соединении элементов?
4. С какой целью производится декомпозиция сложной системы на подсистемы?
5. Какие есть показатели надежности невосстанавливаемых систем?

Лабораторная работа №2
РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ РАЗЛОЖЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСОБОГО ЭЛЕМЕНТА

Цели работы

Целями работы являются: 1) изучение методов расчета функции надежности сложной системы методом разложения относительно особого элемента; 2) получение навыков декомпозиции произвольных структур анализируемых систем и алгоритмизации задач расчета их надежности; 3) разработка программного обеспечения расчета надежности сложных систем с независимыми элементами, работающими до первого отказа.

2.1 Основные положения

Структура исследуемых объектов может быть сложной, и ее стараются преобразовать к виду, более удобному для расчетов, используя, в частности, *разложение сложной структуры по «ключевым» элементам*. Сущность метода заключается в замене сложной структуры двумя более простыми, такими, что сумма вероятностей работоспособных состояний этих структур равна вероятности работоспособного состояния исходной структуры. В основу метода положена формула разложения логического уравнения работоспособности (или вытекающая из нее формула вероятности полного события).

Правило разложения:

1. В исходной схеме выбирается элемент с наибольшим количеством связей – элемент разложения x.

2. В месте элемента x делается замыкание, получается первая структура.

3. В месте расположения элемента x делается обрыв в исходной структуре. Получается вторая структура.

4. Вероятность работоспособного состояния первой структуры умножается на вероятность безотказной работы элемента x. Получается первая составляющая P_1 вероятности работоспособного состояния исходной схемы.

5. Вероятность работоспособного состояния второй структуры умножается на вероятность отказа элемента x. Получается вторая составляющая P_2 вероятности работоспособного состояния исходной схемы.

6. Суммируя составляющие P_1 и P_2, получаем вероятность работоспособного состояния исходной структуры.

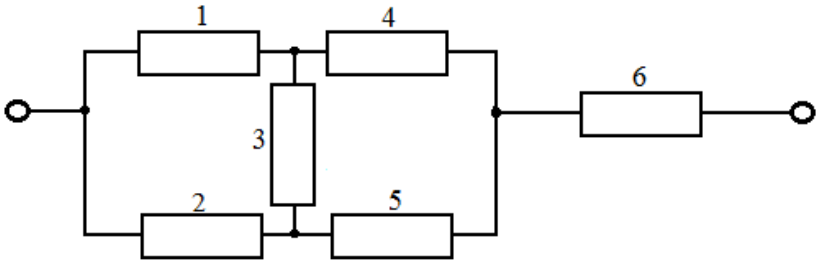
Разложение можно делать многократно.

2.2 Порядок выполнения работы

Порядок выполнения работы рассмотрим на конкретном примере.

Исходные данные: вариант № 16.

1.Структурная схема системы



2. Время работы системы *t*, (ч):

$$t = 90 + 5N,$$

где *N* – порядковый номер студента.

$$t = 90 + 80 = 170 \text{ (ч)}.$$

3. Интенсивность отказа *i*-го элемента определяется по формуле:

$$\lambda_i(t) = \left(0{,}2 \cdot i + \frac{N}{100}\right) \cdot 10^{-3}, \left[ч^{-1}\right],$$

где *i* – порядковый номер элемента.

Например, для 3 элемента:

$$\lambda_3(t) = \left(0{,}2 \cdot 3 + \frac{16}{100}\right) \cdot 10^{-3} = 0{,}76 \cdot 10^{-3} \ (ч^{-1}).$$

Аналогично определяем интенсивность отказов для остальных элементов. Полученные данные заносим в таблицу 2.1.

Таблица 2.1

Интенсивность отказов элементов системы за время *t*

№ элемента	1	2	3	4	5	6	7
$\lambda \cdot 10^{-3}$, $ч^{-1}$	0,36	0,56	0,76	0,96	1,16	1,36	1,56

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы *Pc(t)* за заданное время *t*.

2. Среднюю наработку до отказа T_0.

3. Частоту отказов $f_c(t)$.

4. Интенсивность отказа системы λ_c.

Решение:

1. Для нахождения вероятности безотказной работы системы используем метод разложения структуры относительно базового элемента. Метод основывается на теореме о сумме вероятностей несовместимых событий.

В качестве базового элемента выберем 3-й элемент.

В соответствии с теоремой имеем два несовместимых события:

а) Базовый элемент находится в работоспособном состоянии, т.е. $P_3 = 1$, и его заменяем перемычкой.

Тогда структурная схема системы принимает следующий вид (рис. 2.1).

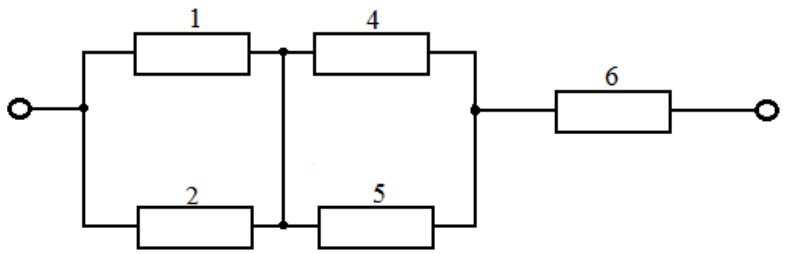


Рисунок 2.1 – Структурная схема системы, когда базовый элемент находится в работоспособном состоянии

Для данной системы вероятность безотказной работы $P_{c_1}(t)$ будет:

$$P_{c_1} = [1-(1-P_1)\cdot(1-P_2)]\cdot[1-(1-P_4)\cdot(1-P_5)]\cdot P_6 =$$

$$= [P_1 + P_2 - P_1\cdot P_2]\cdot[P_4 + P_5 - P_4\cdot P_5]\cdot P_6.$$

б) Базовый элемент находится в состоянии отказа, т.е. $P_3 = 0$ и его заменяем разрывом.

Тогда структурная схема системы принимает следующий вид (рис. 2.2).

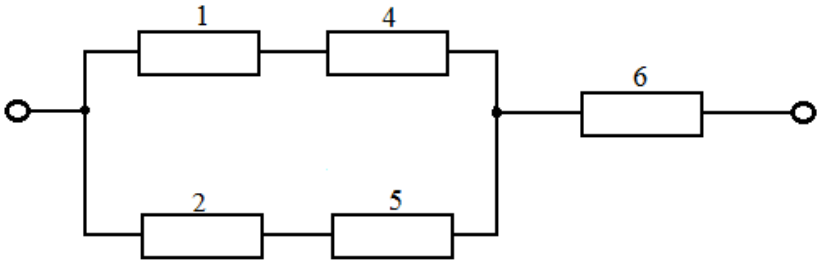


Рисунок 2.2 – Структурная схема системы, когда базовый элемент находится в неработоспособном состоянии

Для данной системы вероятность безотказной работы $P_{c_2}(t)$ будет:

$$P_{c_2} = [1-(1-P_1 \cdot P_4)\cdot(1-P_2 \cdot P_5)] \cdot P_6 = P_1 \cdot P_4 \cdot P_6 + P_2 \cdot P_5 \cdot P_6 -$$
$$- P_1 \cdot P_2 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6.$$

Вероятность безотказной работы исходной системы определится по формуле:

$$P_c(t) = P_{бэ} \cdot P_{c_1}\Big|_{P_{бэ}=1} + Q_{бэ} \cdot P_{c_2}\Big|_{Q_{бэ}=1},$$

где $P_{бэ}$ – вероятность безотказной работы базового элемента,

$Q_{бэ}$ – вероятность отказа базового элемента,

$P_{c_1}\Big|_{P_{бэ}=1}$ – вероятность безотказной работы первой вспомогательной структуры,

$P_{c_2}\Big|_{Q_{бэ}=1}$ – вероятность безотказной работы второй вспомогательной структуры.

Так как в качестве базового элемента принят 3-й элемент и $Q(t) = 1 - P(t)$, имеем:

$$P_c(t) = P_3 \cdot P_{c_1} + (1-P_3)\cdot P_{c_2} = \left[P_1 + P_2 - P_1 \cdot P_2\right]\cdot\left[P_4 + P_5 - P_4 \cdot P_5\right]\cdot P_6 \cdot P_3 +$$
$$+ (1-P_3)\cdot(P_1 \cdot P_4 \cdot P_6 + \cdot P_2 \cdot P_5 \cdot P_6 - P_1 \cdot P_2 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6)$$

Подставив исходные данные, получим:

$$P_c(t) = 0{,}84\,.$$

2. Определим среднюю наработку до отказа, используя выражение

$$T_0 = \int_0^{\infty} P_c(t)dt\,.$$

$$T_0(t)=\int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)t}dt-\int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}dt+$$

$$+\int_0^\infty e^{-(\lambda_2+\lambda_4+\lambda_3+\lambda_6)t}dt-\int_0^\infty e^{-(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}dt-$$

$$-\int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_3+\lambda_6)t}dt-\int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)t}dt+2\cdot\int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)t}dt+$$

$$+\int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_4+\lambda_6)t}dt+\int_0^\infty e^{-(\lambda_2+\lambda_5+\lambda_6)t}dt-\int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)t}dt$$

Так как $P(t)=e^{-\lambda\cdot t}$, то $T=\dfrac{1}{\lambda}$. В результате получим:

$$T_0=\frac{1}{(\lambda_1+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)}-\frac{1}{(\lambda_1+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)}+$$

$$+\frac{1}{(\lambda_2+\lambda_4+\lambda_3+\lambda_6)}-\frac{1}{(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)}-$$

$$-\frac{1}{(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_3+\lambda_6)}-\frac{1}{(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)}+2\frac{1}{(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_3+\lambda_6)}+$$

$$+\frac{1}{(\lambda_1+\lambda_4+\lambda_6)}+\frac{1}{(\lambda_2+\lambda_5+\lambda_6)}-\frac{1}{(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6)}.$$

Подставив исходные данные, получим:

$$T_0=683{,}334\ ч.$$

3. Интенсивность отказов системы:

$$\lambda_c=\frac{1}{T_0}.$$

Подставив исходные данные, получим:

$$\lambda_c=1{,}463\cdot10^{-3}\ ч^{-1}.$$

4.Частота отказов системы:

$$f_c(t)=\lambda_c\cdot e^{-\lambda_c\cdot t}.$$

Подставив исходные данные, получим:

$$f_c(t)=1{,}228\cdot10^{-3}\ ч^{-1}.$$

2.3 Варианты заданий

Структурная схема системы

Порядковый № студента	Номер рисунка	Порядковый № студента	Номер рисунка
$0 \le N \le 4$	Рис. 2.3	$9 \le N \le 12$	Рис. 2.5
$5 \le N \le 8$	Рис. 2.4	$13 \le N \le 16$	Рис. 2.6

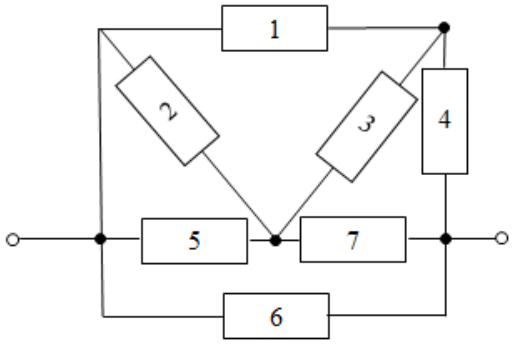


Рисунок 2.3

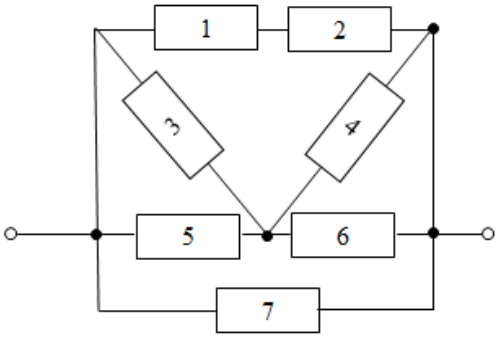


Рисунок 2.4

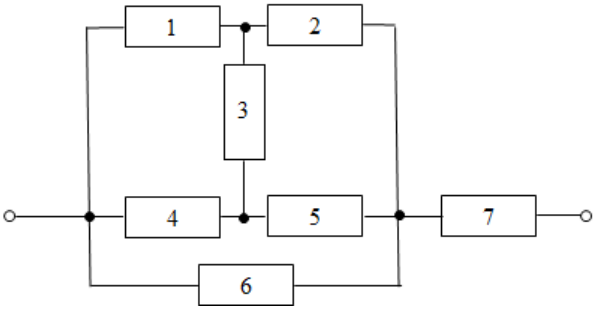


Рисунок 2.5

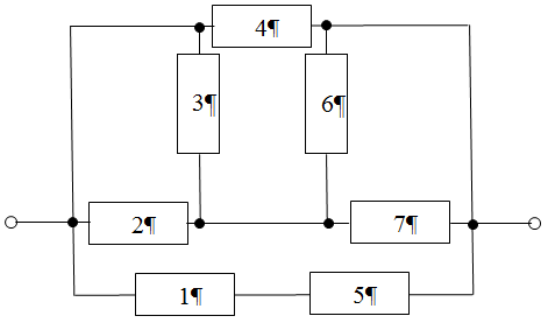


Рисунок 2.6

2.4 Составление отчета по работе

В отчете представить краткие теоретические сведения, исходные данные для расчета показателей надежности в соответствии с заданным вариантом, необходимые расчетные зависимости.

В выводах по работе дать количественно-обоснованное заключение.

2.5 Контрольные вопросы

1. Какие операции включает анализ структурной надежности технических систем?

2. Какие особенности мостиковой схемы соединения элементов?

3. Какие элементы системы являются критическими с точки зрения ее надежности?

Лабораторная работа № 3
РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ С РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ

Цели работы

Целями работы являются: 1) изучение методов расчета функции надежности сложной системы для основного, резервного и комбинированного соединения элементов; 2) получение навыков декомпозиции произвольных структур анализируемых систем и алгоритмизации задач расчета их надежности; 3) разработка программного обеспечения расчета надежности сложных систем с независимыми элементами, работающими до первого отказа.

3.1 Основные положения

Применение дополнительных средств и возможностей с целью сохранения работоспособного состояния объекта при отказе одного или нескольких его элементов называется *резервированием*.

Расчет количественных характеристик надежности систем с резервированием отдельных элементов или групп элементов во многом определяется видом резервирования.

Расчет систем с *нагруженным резервированием* осуществляется по формулам последовательного и параллельного соединения элементов аналогично расчету комбинированных систем. При этом считается, что резервные элементы работают в режиме основных как до, так и после их отказа, поэтому надежность резервных элементов не зависит от момента их перехода из резервного состояния в основное и равна надежности основных элементов.

Для системы с последовательным соединением n элементов при общем резервировании с кратностью l (рис. 3.1, *а*)

$$P_{об} = 1-(1-P)^{l+1} = 1-(1-\prod_{i=1}^{n} p_i)^{l+1}.$$

В частности, при дублировании ($l = 1$)

$$P_{об} = 1-(1-P)^2 = P(2-P).$$

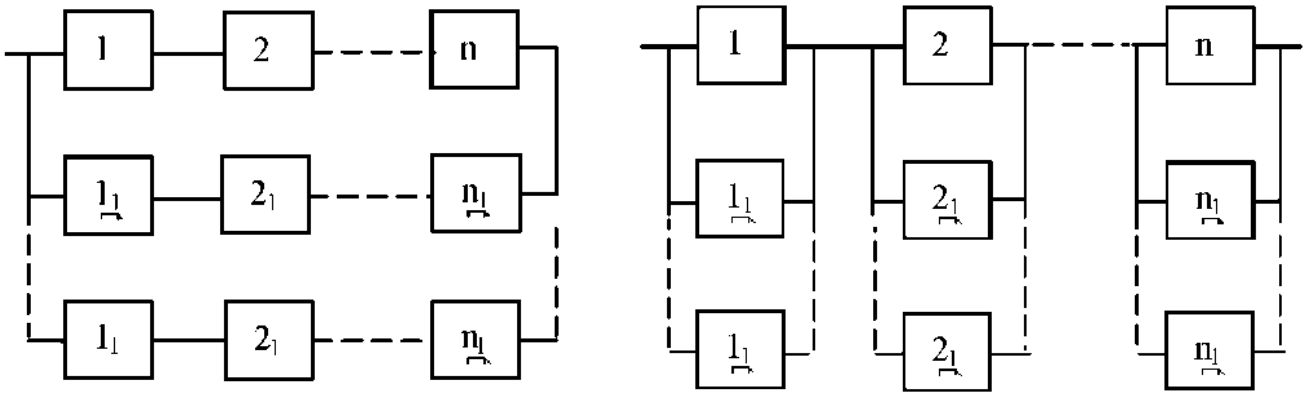


Рисунок 3.1 – Общее (*а*) и раздельное (*б*) нагруженное резервирование

При раздельном резервировании (рис. 3.1, *б*)

$$p_{раз} = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - (1 - p_i)^{l+1} \right],$$

а при раздельном дублировании (l = 1)

$$p_{раз} = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - (1 - p_i)^2 \right] = \prod_{i=1}^{n} p_i (2 - p_i) = p \prod_{i=1}^{n} (2 - p_i).$$

3.2 Порядок выполнения работы

3.2.1 Основное соединение элементов

Система, состоящая из нескольких независимых элементов, связанных функционально таким образом, что отказ любого из них вызывает отказ системы, отображается расчетной структурной схемой безотказной работы с последовательно соединенными событиями безотказной работы элементов.

Исходные данные.

Нерезервированная система состоит из 5 элементов. Интенсивности их отказов соответственно равны 0,00007; 0,00005; 0,00004; 0,00006; 0,00004 $ч^{-1}$

Требуется.

Определить показатели надежности системы: интенсивность отказов, среднее время наработки до отказа, вероятность безотказной работы, частоту отказов. Показатели надежности $P_c(t)$ и $f_c(t)$ получить в интервале от 0 до 1000 часов с шагом в 100 часов.

Вычислим интенсивность отказа и среднюю наработку до отказа по следующим уравнениям:

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{5} \lambda_i = 0{,}00007 + 0{,}00005 + 0{,}00004 + 0{,}00006 + 0{,}00004 = 0{,}00026 \ (\text{ч}^{-1});$$

$$m_t = \frac{1}{\sum_{i=1}^{5} \lambda_i} = \frac{1}{0{,}00026} = 3846 \ (\text{ч}).$$

Значения вероятности безотказной работы и частоты отказов получим, используя уравнения, приведенные к виду:

$$P_c(t) = exp\left[-\sum_{i=1}^{n} \lambda_i t\right] = e^{-0{,}00026 \cdot t};$$

$$f_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot exp\left[-\sum_{i=1}^{n} \lambda_i t\right] = 0{,}00026 \cdot e^{-0{,}00026 \cdot t}.$$

Результаты расчета $P_c(t)$ и $f_c(t)$ на интервале от 0 до 1000 часов работы представим в виде табл. 3.1.

Таблица 3.1 – Результаты расчета вероятности безотказной работы и частоты отказов системы на интервале времени от 0 до 1000 ч

t, ч	$P_c(t)$	$f_c(t)$, ч$^{-1}$
0	1	0,00026
100	0,974355	0,000253
200	0,949329	0,000247
300	0,924964	0,00024
400	0,901225	0,000234
500	0,878095	0,000228
600	0,855559	0,000222
700	0,833601	0,000217
800	0,812207	0,000211
900	0,791362	0,000206
1000	0,771052	0,0002

Графическая иллюстрация $P_c(t)$ и $f_c(t)$ на участке до средней наработки до отказа представлена на рис. 3.2, 3.3.

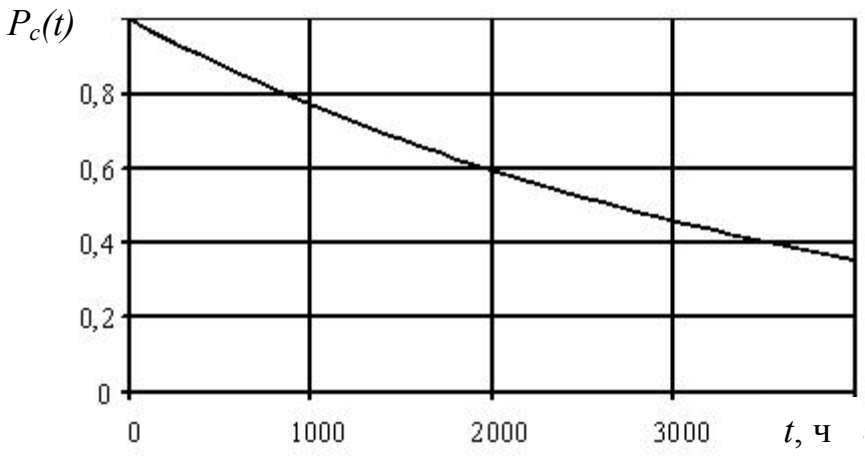


Рисунок 3.2 – Вероятность безотказной работы системы

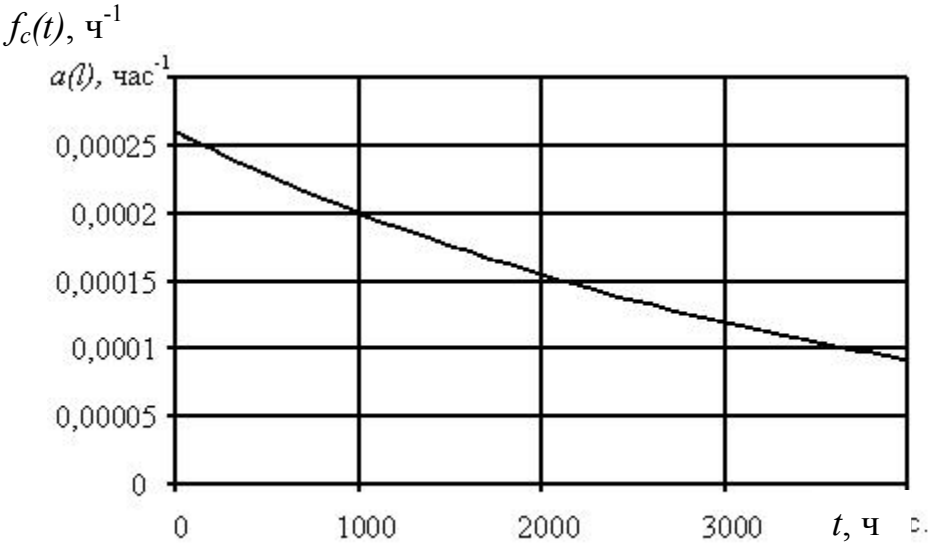


Рисунок 3.3 – Частота отказов системы

3.2.2 Резервное соединение элементов

Исходные данные.

На рис. 3.4 и 3.5 показаны две структурные схемы соединения элементов: общего (рис. 3.4) и поэлементного резервирования (рис. 3.5). Вероятности безотказной работы элементов, соответственно, равны $P1(t) = P'1(t) = 0{,}95$; $P2(t) = P'2(t) = 0{,}9$; $P3(t) = P'3(t) = 0{,}85$.

Требуется.

Рассчитать надежность двух систем.

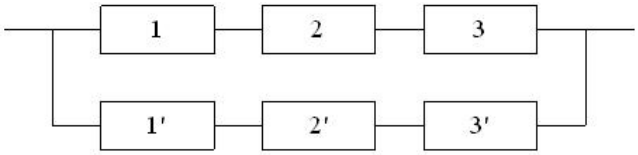


Рисунок 3.4 – Схема системы с общим резервированием

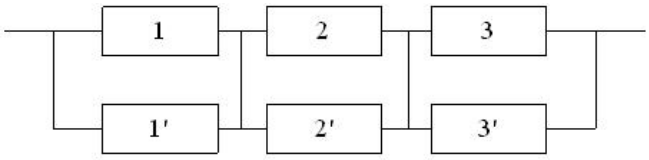


Рисунок 3.5 – Схема системы с поэлементным резервированием

Вероятность безотказной работы блока из трех элементов без резервирования рассчитаем по выражению:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{3} P_i(t) = 0{,}95 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}85 = 0{,}726.$$

Вероятность безотказной работы той же системы при общем резервировании (рис. 3) составит:

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{2} \left[1 - P_i(t)\right] = 1 - (1 - 0{,}726) \cdot (1 - 0{,}726) = 0{,}925.$$

Вероятности безотказной работы каждого из трех блоков при поэлементном резервировании (рис. 4) будут равны:

$$P_1(t) = 1 - \prod_{i=1}^{2} \left[1 - P_i(t)\right] = 1 - (1 - 0{,}95) \cdot (1 - 0{,}95) = 0{,}998;$$

$$P_2(t) = 1 - \prod_{i=1}^{2} \left[1 - P_i(t)\right] = 1 - (1 - 0{,}9) \cdot (1 - 0{,}9) = 0{,}99;$$

$$P_3(t) = 1 - \prod_{i=1}^{2} \left[1 - P_i(t)\right] = 1 - (1 - 0{,}85) \cdot (1 - 0{,}85) = 0{,}978.$$

Вероятность безотказной работы системы при поэлементном резервировании составит:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{3} P_i(t) = 0{,}998 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}978 = 0{,}966.$$

Таким образом, поэлементное резервирование дает более существенное увеличение надежности (вероятность безотказной работы возросла с 0,925 до 0,966, т.е. на 4,4 %).

3.2.3 Комбинированное соединение элементов

Исходные данные.

На рис. 3.6 представлена система с комбинированным соединением элементов. При этом вероятности безотказной работы элементов имеют следующие значения: $P_1 = 0{,}8$; $P_2 = 0{,}9$; $P_3 = 0{,}95$; $P_5 = 0{,}97$.

Требуется.

Определить надежность системы. Также необходимо определить надежность этой же системы при условии, что резервные элементы отсутствуют.

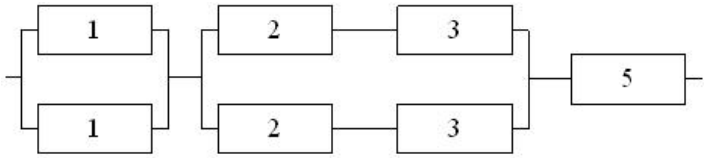


Рисунок 3.6 – Схема системы при комбинированном функционировании элементов

Для расчета в исходной системе необходимо выделить основные блоки. В представленной системе их три (рис. 3.7). Далее рассчитаем надежность каждого блока в отдельности, а затем найдем надежность всей системы.

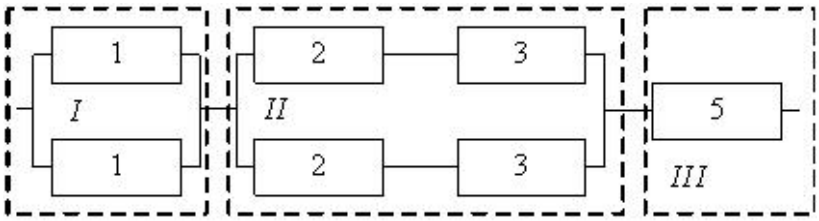


Рисунок 3.7 – Сблокированная схема

$$P_I = 1 - \prod_{i=1}^{N}\left[1 - P_i\right] = 1 - \left[1 - P_1\right]\cdot\left[1 - P_1\right] = 1 - \left[1 - 0{,}8\right]\cdot\left[1 - 0{,}8\right] = 0{,}96.$$

$$P_{II} = 1 - \left[1 - P_2 \cdot P_3\right]\cdot\left[1 - P_2 \cdot P_3\right] = 1 - \left[1 - 0{,}9 \cdot 0{,}95\right]\cdot\left[1 - 0{,}9 \cdot 0{,}95\right] = 0{,}98.$$

$$P_c = \prod_{i=1}^{N} P_i = P_I \cdot P_{II} \cdot P_{III} = 0{,}96 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}97 = 0{,}91.$$

Надежность системы без резервирования составит:

$$P_c = \prod_{i=1}^{N} P_i = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_5 = 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}97 = 0{,}66.$$

Таким образом, система без резервирования является на 27,5 % менее надежной, чем система с резервированием.

3.3 Варианты заданий

3.3.1 Основное соединение элементов

Исходные данные

Нерезервированная система состоит из 7 элементов. Интенсивности их отказов представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2

№ варианта	Интенсивность отказов элементов λ_i, ч$^{-1}$						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0,00002	0,00007	0,00006	0,00008	0,00005	0,00003	0,00002
2	0,00001	0,00005	0,00007	0,00006	0,00004	0,00004	0,00008
3	0,00006	0,00004	0,00001	0,00007	0,00005	0,00005	0,00007
4	0,00007	0,00008	0,00002	0,00001	0,00008	0,00008	0,00006
5	0,00001	0,00007	0,00004	0,00002	0,00009	0,00009	0,00006
6	0,00002	0,00008	0,00005	0,00004	0,00002	0,00002	0,00007
7	0,00004	0,00007	0,00008	0,00005	0,00002	0,00002	0,00001
8	0,00005	0,00006	0,00009	0,00008	0,00001	0,00001	0,00002
9	0,00008	0,00006	0,00002	0,00009	0,00006	0,00004	0,00004
10	0,00009	0,00007	0,00002	0,00002	0,00005	0,00005	0,00005
11	0,00002	0,00001	0,00001	0,00002	0,00005	0,00008	0,00008
12	0,00002	0,00002	0,00006	0,00001	0,00004	0,00009	0,00009
13	0,00001	0,00004	0,00005	0,00006	0,00008	0,00002	0,00006
14	0,00006	0,00005	0,00002	0,00005	0,00007	0,00002	0,00007
15	0,00005	0,00008	0,00001	0,00008	0,00006	0,00001	0,00002
16	0,00005	0,00009	0,00006	0,00008	0,00006	0,00006	0,00002
17	0,00004	0,00006	0,00005	0,00007	0,00007	0,00005	0,00001
18	0,00006	0,00007	0,00004	0,00006	0,00006	0,00005	0,00006
19	0,00007	0,00004	0,00004	0,00006	0,00007	0,00004	0,00005
20	0,00001	0,00005	0,00008	0,00007	0,00001	0,00006	0,00005

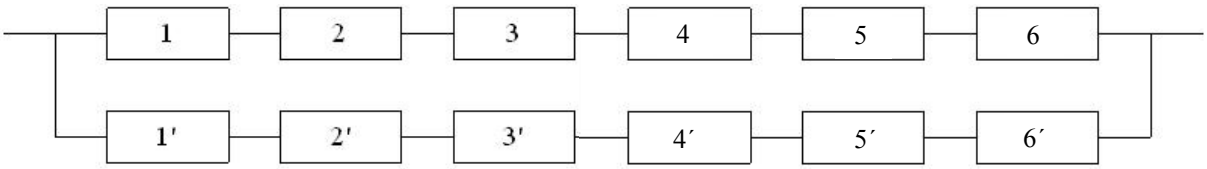
Необходимо определить показатели надежности системы: интенсивность отказов, среднее время наработки до отказа, вероятность безотказной работы, частоту отказов. Показатели надежности $P_c(t)$ и $f_c(t)$ получить в интервале от 0 до 1000 часов с шагом в 100 часов.

Построить зависимости $P_c(t)$ и $f_c(t)$.

3.3.2 Резервное соединение элементов

Исходные данные

На рисунках показаны две структурные схемы соединения элементов: общего и поэлементного резервирования. Вероятности безотказной работы элементов представлены в таблице 3.3.



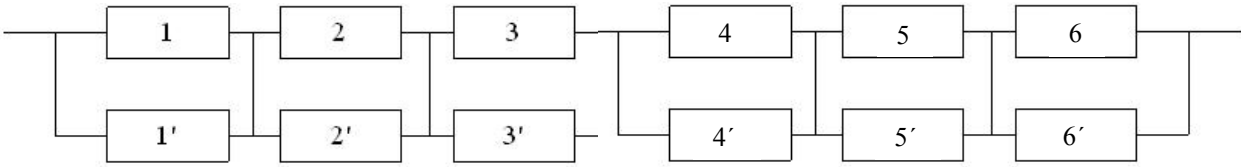


Таблица 3.3

№ варианта	Вероятности безотказной работы элементов $P_i(t) = P'_i(t)$					
	1	2	3	4	5	6
1	0,98	0,95	0,9	0,85	0,92	0,88
2	0,84	0,92	0,91	0,8	0,89	0,86
3	0,93	0,88	0,85	0,85	0,9	0,8
4	0,88	0,85	0,82	0,82	0,91	0,87
5	0,85	0,82	0,89	0,89	0,85	0,91
6	0,82	0,89	0,8	0,8	0,82	0,95
7	0,89	0,8	0,91	0,92	0,89	0,89
8	0,8	0,92	0,85	0,89	0,8	0,8
9	0,87	0,89	0,82	0,9	0,87	0,92
10	0,91	0,9	0,89	0,91	0,91	0,89
11	0,95	0,91	0,8	0,85	0,95	0,9
12	0,94	0,85	0,87	0,82	0,85	0,91
13	0,9	0,82	0,91	0,89	0,82	0,85
14	0,96	0,89	0,95	0,85	0,89	0,82
15	0,98	0,85	0,89	0,82	0,8	0,89
16	0,9	0,82	0,8	0,89	0,91	0,85
17	0,91	0,89	0,92	0,8	0,85	0,82
18	0,85	0,8	0,89	0,91	0,82	0,89
19	0,82	0,91	0,9	0,8	0,89	0,8
20	0,89	0,85	0,91	0,92	0,8	0,91

Необходимо рассчитать надежность двух систем: с общим резервированием и с поэлементным резервированием.

3.3.3 Комбинированное соединение элементов

Исходные данные.

На рисунках 3.8 – 3.10 представлены системы с комбинированным соединением элементов. Вероятности безотказной работы элементов представлены в таблице 3.4.

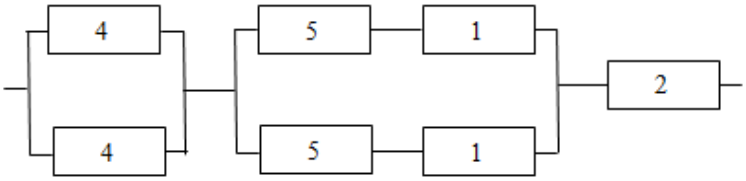


Рисунок 3.8

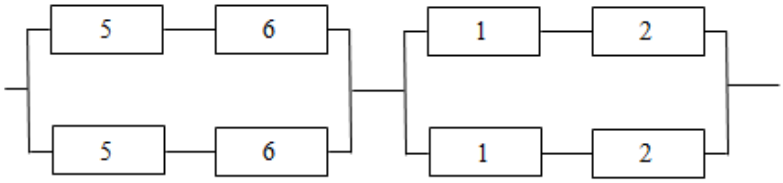


Рисунок 3.9

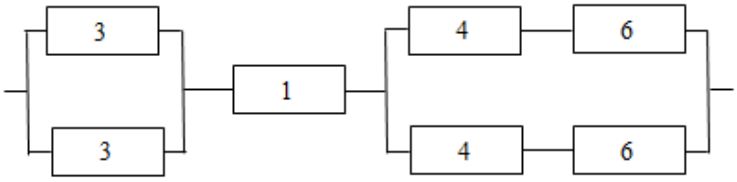


Рисунок 3.10

Таблица 3.4.

№ варианта	№ схемы	Вероятности безотказной работы элементов $P_i(t) = P'_i(t)$					
		1	2	3	4	5	6
1	Рис. 3.8	0,98	0,95	0,99	0,85	0,92	0,88
2	Рис. 3.9	0,81	0,91	0,82	0,82	0,99	0,87
3	Рис. 3.10	0,82	0,89	0,85	0,8	0,82	0,95
4	Рис. 3.8	0,98	0,95	0,9	0,85	0,92	0,88
5	Рис. 3.9	0,98	0,95	0,91	0,8	0,92	0,88
6	Рис. 3.10	0,92	0,95	0,97	0,85	0,93	0,94
7	Рис. 3.8	0,98	0,9	0,93	0,85	0,92	0,88
8	Рис. 3.9	0,95	0,95	0,91	0,86	0,82	0,95
9	Рис. 3.10	0,98	0,95	0,98	0,95	0,85	0,85
10	Рис. 3.8	0,98	0,95	0,9	0,85	0,9	0,85
11	Рис. 3.9	0,93	0,91	0,98	0,95	0,91	0,9
12	Рис. 3.10	0,98	0,82	0,9	0,82	0,97	0,91
13	Рис. 3.8	0,82	0,85	0,98	0,85	0,93	0,97
14	Рис. 3.9	0,85	0,85	0,82	0,9	0,91	0,93
15	Рис. 3.10	0,85	0,9	0,85	0,9	0,85	0,91
16	Рис. 3.8	0,9	0,91	0,82	0,9	0,9	0,98
17	Рис. 3.9	0,91	0,97	0,85	0,9	0,91	0,9
18	Рис. 3.10	0,97	0,93	0,9	0,91	0,97	0,85
19	Рис. 3.8	0,93	0,91	0,9	0,98	0,93	0,9
20	Рис. 3.9	0,91	0,98	0,9	0,9	0,91	0,91

Необходимо определить надежность системы. Также необходимо определить надежность этой же системы при условии, что резервные элементы отсутствуют.

3.4 Составление отчета по работе

В отчете представить краткие теоретические сведения, исходные данные для расчета показателей надежности в соответствии с заданным вариантом, необходимые расчетные зависимости и полученные графики.

В выводах по работе сравнить результаты расчета надежности систем с общим и поэлементным резервированием и дать количественно-обоснованное заключение.

3.5 Контрольные вопросы

1. Какие есть методы повышения надежности для сложных систем?
2. Какие есть виды резервирования?
3. Что такое структурное резервирование?
4. Классификация структурного резервирования?

Лабораторная работа № 4
РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ С ИЗБЫТОЧНОЙ СТРУКТУРОЙ

Цели работы

Целями работы являются: 1) изучение методов расчета функции надежности сложной системы для резервного соединения ее элементов; 2) получение навыков декомпозиции произвольных структур анализируемых систем и алгоритмизации задач расчета их надежности; 3) разработка программного обеспечения расчета надежности сложных систем с избыточной структурой.

4.1 Основные положения

Для повышения надежности систем применяют различные методы резервирования.

Резервирование – это метод повышения надежности за счет введения избыточности, т.е. использование дополнительных средств и возможностей сверх минимально необходимых для выполнения объектом заданных функций [1]. Выделяют структурное, функциональное, временное и информационное резервирование.

Структурное резервирование, называемое также аппаратным, предполагает использование избыточных элементов структуры объекта. При этом вводимые в дополнение к основным избыточные резервные структурные элементы имеют единственное назначение – взять на себя выполнение рабочих функций при отказе соответствующих основных элементов. Такое резервирование как бы представляет своеобразный метод автоматизации процесса замены отказавшего элемента.

Среди многочисленных способов структурного резервирования можно выделить следующие:

• общее резервирование – резервируется весь объект в целом;

• раздельное резервирование – резервируются отдельные элементы;

• резервирование замещением – когда функции основного элемента передаются резервному только при отказе основного элемента;

• скользящее резервирование – когда группа основных элементов резервируется с использованием специальных переключающих уст-

ройств одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой отказавший основной элемент.

По степени нагруженности резервного элемента до наступления отказа различают:

• нагруженный ("горячий") резерв – когда резервные элементы находятся в том же режиме, что и основной элемент;

• облегченный ("теплый") резерв – резервные элементы находятся в менее нагруженном режиме, чем основной;

• недогруженный ("холодный") резерв – резервные элементы не несут нагрузок до момента подключения их вместо основных.

Структурное резервирование в технологических системах применяется не только для того, чтобы повысить безотказность технологических систем, но также и для безопасности микропроцессорных и компьютерных систем. Повышение достоверности результатов обработки информации обеспечивается резервированием аппаратных средств с применением многоканальных систем с жесткой или мягкой синхронизацией каналов и сравнением результатов на выходе каналов с помощью безопасных схем сравнения. Обычно используют два канала. Такое резервирование называется дублированием.

Функциональное резервирование обеспечивает использование способности элементов выполнять дополнительные функции, а также возможность выполнять заданную функцию дополнительными средствами.

Временное резервирование предполагает использование избыточного времени. При этом время выполнения аппаратурой требуемой работы заведомо больше времени, необходимого для выполнения какой-то операции.

Информационное резервирование предполагает использование избыточной информации. Его простейшим примером является многократная передача одного и того же сообщения по каналу связи. К информационному резервированию относится использование дополнительных разрядов при кодировании информации, что позволяет обнаруживать и исправлять ошибки в передаче информации (корректирующие коды). Использование информационного резервирования определяет необходимость введения избыточных элементов.

В теории надежности обычно рассматриваются Марковские процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем, т.е. процессы, у которых для каждого момента времени вероятность любого состояния объекта в будущем зависит только от состояния объ-

екта в настоящий момент времени и не зависит от того, каким образом объект пришел в это состояние. При анализе таких процессов удобно использовать граф состояний, т.е. графическое изображение процесса. На графе изображаются возможные состояния системы и ее возможные переходы, поэтому такой граф называют также графом переходов.

Если известно словесное описание структуры и принципов функционирования и восстановления работоспособности системы, то можно определить множество всех возможных состояний системы, а все состояния можно разделить на два класса: работоспособности и отказа. Если известны интенсивности отказов и восстановлений отдельных элементов системы, то можно построить граф переходов, вершинами которого будут возможные состояния системы, а ребрами – возможные переходы с интенсивностями, определяемыми соответствующими характеристиками безотказности и ремонтопригодности элементов. Например, если известно, что система находится в некотором состоянии S_i и для перехода ее в состояние S_j необходимо, чтобы произошло определенное событие (отказ или восстановление какого-либо элемента), то от состояния S_i к состоянию S_j проводится стрелка, возле которой указывается интенсивность реализации данного события. При этом не все события (переходы) могут оказаться разрешенными. Все ограничения на граф переходов в явном виде содержатся в словесном описании принципа функционирования и восстановления системы. На основании построенного графа переходов легко написать необходимую систему уравнений, решение которой позволит вычислять требуемый показатель надежности.

При выводе расчетных формул по графам состояний и при других расчетах надежности используется формула полной вероятности, полученная при решении следующей задачи в теории вероятности. Событие B зависит от того, какое частное состояние принимает событие A. Событие A может принимать состояния $A_1, A_2,..., A_n$, которые являются несовместными. Если известны условные вероятности $P(B/A_i)$ и вероятности $P(A_i)$, то полная вероятность события B

$$P(B) = P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2) + ...+P(A_n)P(B/A_n).$$

По виду графа состояний получаем систему уравнений, используя следующее правило [6]: для каждого из возможных состояний объекта записывается уравнение, в левой части которого dP_i/dt, а

справа – столько слагаемых, сколько стрелок графа соприкасается с данным состоянием. Если стрелка направлена в данное состояние, то перед слагаемым ставится плюс, если стрелка направлена из данного состояния – минус. Каждое из слагаемых будет равно произведению интенсивности перехода из данного состояния (либо в данное состояние) на вероятность состояния, из которого исходит стрелка.

Далее полученная система дифференциальных уравнений решается по известным правилам.

4.2 Порядок выполнения работы

Порядок выполнения работы рассмотрим на конкретном примере.

Исходные данные.

Имеется вычислительная система, состоящая из двух ЭВМ, работающих одновременно, и третьей – резервной, используемой в режиме нагруженного резерва и дублирующей постоянно только вторую ЭВМ.

1. Схема вычислительной системы показана на рисунке 4.1.

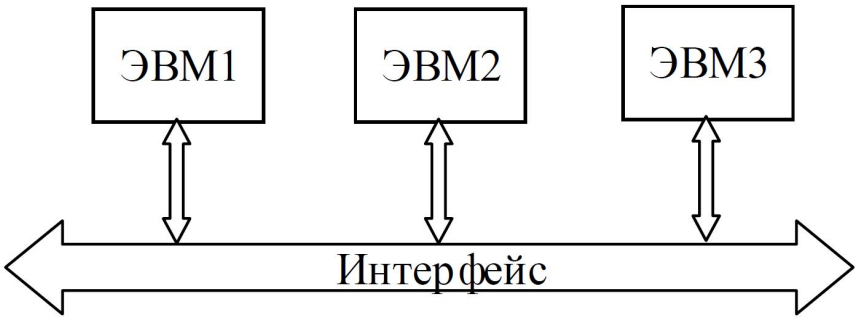


Рисунок 4.1 – Схема вычислительной системы

2.Интенсивность отказов элементов системы за время t.

№ элемента	1	2	3
$\lambda \cdot 10^{-3}$, $ч^{-1}$	0,5	1,5	1,5

где t = 120 ч.

Определить.

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t.

2. Среднюю наработку до отказа T_0.

Решение:

1. Структурная схема данной системы имеет вид (рис. 4.2):

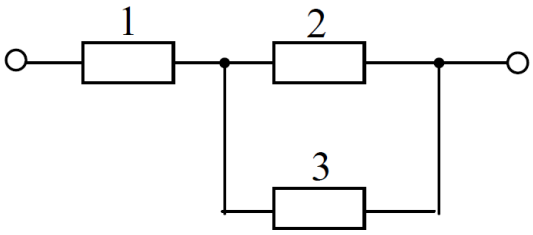


Рисунок 4.2 – Структурная схема вычислительной системы

2. Граф состояний системы принимает следующий вид (рис. 4.3).

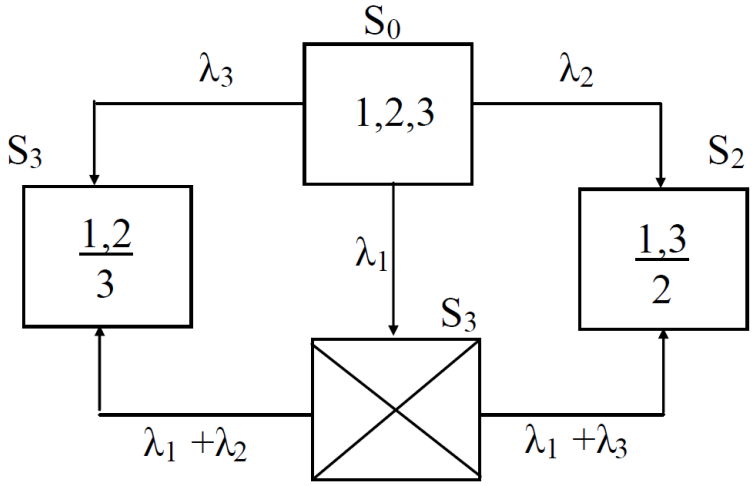


Рисунок 4.3 – Граф состояний системы

На рисунке 4.3 введены следующие обозначения:

S_0 – начальное состояние системы, при котором работают все элементы;

S_1 – состояние системы, при котором элементы 1 и 2 находятся в работоспособном состоянии, элемент 3 – в состоянии отказа;

S2 –состояние системы, при котором элементы 1 и 3 находятся в работоспособном состоянии, элемент 2 – в состоянии отказа;

S_3 – полный отказ системы.

3. Исходя из количества работоспособных вершин системы следует, что число уравнений в системе дифференциальных уравнений равно трем:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)\cdot P_0(t) \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \lambda_3 \cdot P_0(t) - (\lambda_2 + \lambda_1)\cdot P_1(t) \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_2 \cdot P_0(t) - (\lambda_1 + \lambda_3)\cdot P_2(t) \end{cases}. \qquad (4.1)$$

Для решения системы уравнений (4.1) перейдем от оригинала к изображению, используя преобразования Лапласа. Получим:

$$\begin{cases} k \cdot P_0(k) - P_0(0) = -(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)\cdot P_0(k) \\ k \cdot P_1(k) - P_1(0) = \lambda_3 \cdot P_0(k) - (\lambda_2 + \lambda_1)\cdot P_1(k) \\ k \cdot P_2(k) - P_2(0) = \lambda_2 \cdot P_0(k) - (\lambda_1 + \lambda_3)\cdot P_2(k) \end{cases}. \qquad (4.2)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (4.2) необходимо выбрать начальные условия. Так как в первоначальный момент времени (момент включения) система находится в состоянии S_0, следовательно, вероятность нахождения системы в этом состоянии будет равна 1, т.е. $P_0(0) = 1$, а в состояниях $P_1(0)$ и $P_2(0)$ вероятность будет равна 0.

Поэтому:

$$\begin{cases} k \cdot P_0(k) - 1 = -(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)\cdot P_0(k) \\ k \cdot P_1(k) = \lambda_3 \cdot P_0(k) - (\lambda_2 + \lambda_1)\cdot P_1(k) \\ k \cdot P_2(k) = \lambda_2 \cdot P_0(k) - (\lambda_1 + \lambda_3)\cdot P_2(k) \end{cases}. \qquad (4.3)$$

Из первого уравнения системы (4.3) получим:

$$P_0(k) = \frac{1}{k + \lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1}. \qquad (4.4)$$

Выражение для $P_1(k)$, используя (4.4) принимает вид:

$$P_1(k) = \frac{\lambda_3}{(k + \lambda_2 + \lambda_1)\cdot(k + \lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)}. \qquad (4.5)$$

Выражение для $P_2(k)$ принимает вид:

$$P_2(k) = \frac{\lambda_2}{(k + \lambda_1 + \lambda_3)\cdot(k + \lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)}. \qquad (4.6)$$

Перейдем от изображения к оригиналу, используя следующие соотношения:

$$\frac{1}{k+a} \xrightarrow{\cdot} e^{-a\cdot t}, \tag{4.7}$$

$$\frac{1}{(k+a)\cdot(k+b)} \xrightarrow{\cdot} \frac{1}{b-a}\left(e^{-a\cdot t} - e^{-b\cdot t}\right). \tag{4.8}$$

В результате получим:

$$\mathrm{P}_0(t) = e^{-(\lambda_3+\lambda_2+\lambda_1)\cdot t}, \tag{4.9}$$

$$\mathrm{P}_1(t) = \frac{\lambda_3}{\lambda_3}\cdot\left(e^{-(\lambda_2+\lambda_1)\cdot t} - e^{-(\lambda_3+\lambda_2+\lambda)\cdot t}\right) = e^{-(\lambda_2+\lambda_1)\cdot t} - e^{-(\lambda_3+\lambda_2+\lambda_1)\cdot t}, \tag{4.10}$$

$$\mathrm{P}_2(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_2}\cdot\left(e^{-(\lambda_3+\lambda_1)\cdot t} - e^{-(\lambda_3+\lambda_2+\lambda)\cdot t}\right) = e^{-(\lambda_3+\lambda_1)\cdot t} - e^{-(\lambda_3+\lambda_2+\lambda_1)\cdot t}. \tag{4.11}$$

Вероятность безотказной работы всей системы определится как сумма вероятностей нахождения системы во всех состояниях:

$$\mathrm{P_c}(t) = \mathrm{P}_0(t) + \mathrm{P}_1(t) + \mathrm{P}_2(t) = e^{-(\lambda_2+\lambda_1)\cdot t} + e^{-(\lambda_3+\lambda_1)\cdot t} - e^{-(\lambda_3+\lambda_2+\lambda)\cdot t}. \tag{4.12}$$

Подставив численные значения, получим:
$P_c(t) = 0{,}9162$.
$T_0 = 714{,}286$ ч.

4.3 Варианты заданий

1. Имеется система, состоящая из двух ЭВМ, работающих одновременно, и третьей – резервной системы, состоящей из одной или двух ЭВМ и используемой в режиме резерва, определяемого по таблице 4.1 согласно номеру варианта.

Таблица 4.1 – Исходные данные

Номер варианта	Основная система	Резервная система
$0 \le N \le 4$	ЭВМ1	ЭВМ3 – холодный резерв
	ЭВМ2	ЭВМ4 – холодный резерв
$5 \le N \le 8$	ЭВМ1	ЭВМ3 – скользящий резерв
	ЭВМ2	
$9 \le N \le 12$	ЭВМ1	ЭВМ3 – холодный резерв
	ЭВМ2	
$13 \le N \le 16$	ЭВМ1	ЭВМ3 – горячий резерв
	ЭВМ2	

Блок-схема системы показана на рисунке 4.4.

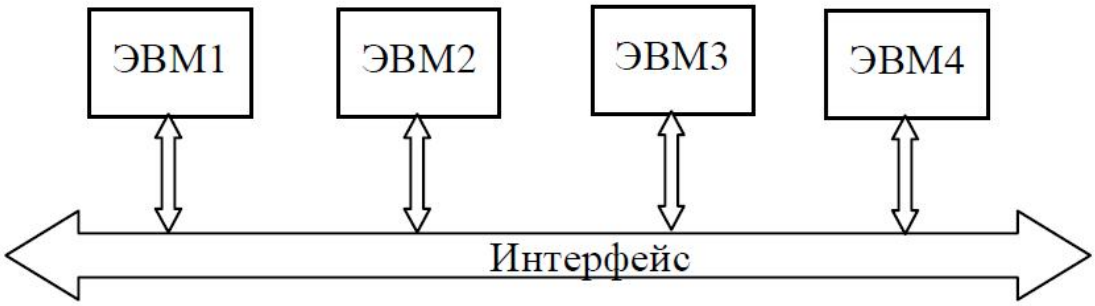


Рисунок 4.4 – Блок-схема системы

2. Интенсивность отказа *i*-го элемента определяется по формуле:

$$\lambda_i(t) = \left(0{,}2 \cdot i + \frac{N}{100}\right) \cdot 10^{-3}, \left[ч^{-1}\right],$$

где *i* – порядковый номер элемента.

Аналогично определяем интенсивность отказов для остальных элементов. Полученные данные заносим в таблицу 2.1.

3. Время работы системы *t*, (ч):

$$t = 100 + 5N, \text{ ч},$$

где *N* – порядковый номер студента.

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время *t*.

2. Среднюю наработку до отказа T_0.

4.4 Составление отчета по работе

В отчете представить краткие теоретические сведения, исходные данные для расчета показателей надежности в соответствии с заданным вариантом, необходимые расчетные зависимости.

В выводах по работе дать количественно-обоснованное заключение.

4.5 Контрольные вопросы

1. Какие существуют виды резервирования?
2. Какие процессы называют Марковскими?
3. Каков порядок построения графа состояний?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сарвин, А.А. Диагностика и надежность автоматизированных систем: письменные лекции / А.А. Сарвин, Л.И. Абакулина, О.А. Готшальк. – СПб: СЗТУ, 2003. – 69 с. Режим доступа: http://window.edu.ru./resource/006/25006

2. Диагностика автоматизированных систем как информационные технологии: учеб. пособие для вузов / С.Н. Злобин [и др.]; под ред. О.В. Измерова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Орел: ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК», 2014. - 233 с.: ил.

3. Хмельницкий, А.К. Диагностика и надежность автоматизированных систем: учеб. пособие / А.К. Хмельницкий, В.В. Пожитков, Г.А. Кондрашкова. – СПб.: ГОУ ВПО СПбГТУРП. – 2005. Часть 1. – 61 с. – Режим доступа: http://window.edu.ru./resource/344/76344/files/dinas1.pdf

4. Хмельницкий, А.К. Диагностика и надежность автоматизированных систем: учеб. пособие / А.К. Хмельницкий, В.В. Пожитков, Г.А. Кондрашкова. – СПб.: ГОУ ВПО СПбГТУРП. – 2005. Часть 2. – 74 с. – Режим доступа: http://window.edu.ru./resource/345/76345/files/dinas2.pdf

5. Хмельницкий, А.К. Диагностика и надежность автоматизированных систем: учеб. пособие / А.К. Хмельницкий, В.В. Пожитков, Г.А. Кондрашкова. – СПб.: ГОУ ВПО СПбГТУРП. – 2005. Часть 3. – 56 с. – Режим доступа: http://window.edu.ru./resource/346/76346/files/dinas3.pdf

6. Лисунов, Е.А. Практикум по надежности технических систем [Электронный ресурс]: учеб. пособие. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2015. – 240 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/56607. – Загл. с экрана.

7. Малафеев, С.И. Надежность технических систем. Примеры и задачи [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С.И. Малафеев, А.И. Копейкин. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2016. – 316 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/87584. – Загл. с экрана.